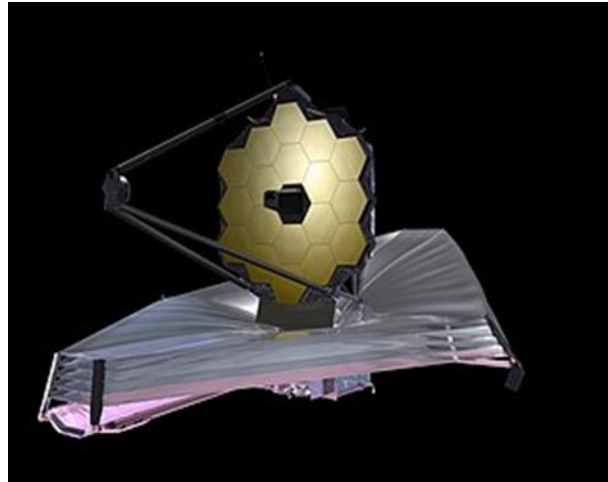


Das James Webb Weltraumteleskop und die Langrange-Punkte

1. Die Mission des James-Webb-Teleskops

Am 25. Dezember 2021 startete das bisher größte und leistungstärkste Weltraumteleskop ins Weltall. Ab Mitte 2022 liefert es Bilder, die bis in die entferntesten Regionen des Universums vordringen und uns weitere Erkenntnisse über schwarze Löcher, Exoplaneten und die Anfänge des Universums liefern sollen.



Eins der ersten Bilder nennt sich **Deep Field** und zeigt die Infrarotaufnahme eines winzigen Ausschnittes des Universums. Es zeigt im Vordergrund den Galaxienhaufen SMACS J0723.3-7327, der ca. 4,6 Milliarden Lichtjahre entfernt ist.

Dahinter allerdings werden weitere Galaxien sichtbar, die über 13 Milliarden Lichtjahre entfernt sind und die somit in den Anfängen des Universums entstanden sind.



Nach der herrschenden Theorie des Urknalls ist das Universum vor 13,6 Milliarden Jahren entstanden und dehnt sich seitdem mit ca. 70 km pro Sekunde aus. Das Teleskop kann also bis an den Rand des Universums gucken. Doch was ist dahinter? Und was war vor dem Urknall? Diese Fragen können wir nach heutigem Stand des Wissens nicht beantworten. Manche spekulieren, dass es noch andere Universen gibt oder, dass der Lebenszyklus eines Universums immer wieder neu durch einen Urknall beginnt.

Die NASA veröffentlicht die Bilder des James-Webb-Teleskops unter der Adresse <https://webb.nasa.gov/>

2. Wo befindet sich das James-Webb-Teleskop?

Satelliten oder Raumsonden, die ins All geschossen werden, befinden sich auf unterschiedlichen Bahnen. Es gibt eine Menge Objekte, die die Erde umkreisen. Dazu gehören alle Objekte, deren Aufgabe es ist, die Erde zu erkunden oder um Wetterdaten oder GPS-Daten zu senden. Auch die Raumstation ISS umkreist die Erde in einem Abstand von ca. 400 Kilometern.

Andere Satelliten bewegen sich im interstellaren Raum und sollen etwa unser Sonnensystem erkunden. Diese entfernen sich immer weiter von der Erde. Dazu gehört beispielsweise die beiden Voyager-Sonden, die das All schon seit vielen Jahren untersuchen

Eine Reihe von Objekten bleiben an einem bestimmten Punkt im Weltraum und erfüllen von dort ihre Aufgaben. Dazu gehören Weltraumteleskope, die die Sonne beobachten oder andere Teleskope, die das All erkunden sollen, wie das Teleskop Gaia und neuerdings auch das James-Webb-Teleskop.

Normalerweise unterliegen Objekte, die sich innerhalb unseres Sonnensystems befinden, den Gravitationskräften von Planeten, Monden oder der Sonne. Um diesen Kräften entgegenzuwirken, müsste das Objekt sich in einer Umlaufbahn befinden, die es in gleichem Abstand zu einem Himmelskörper hält oder es muss über einen Antrieb verfügen, der den Gravitationskräften entgegenwirkt. Aber es gibt auch Orte im All, an denen Objekte einfach bleiben können, ohne das störende Kräfte versuchen, ihre Position zu verändern. Solche Punkte nennt man **Lagrange-Punkte**.

3. Was sind Lagrange-Punkte

1772 entdeckte Joseph Louis Lagrange (1736 – 1813), einer der größten Mathematiker seiner Zeit, dass es fünf Punkte in der Umgebung zweier sich im Weltraum umkreisender Himmelskörper gibt, an denen sich die Gravitations- und Zentrifugalkräfte gegenseitig aufheben. Diese Punkte werden mit L1 bis L5 benannt.

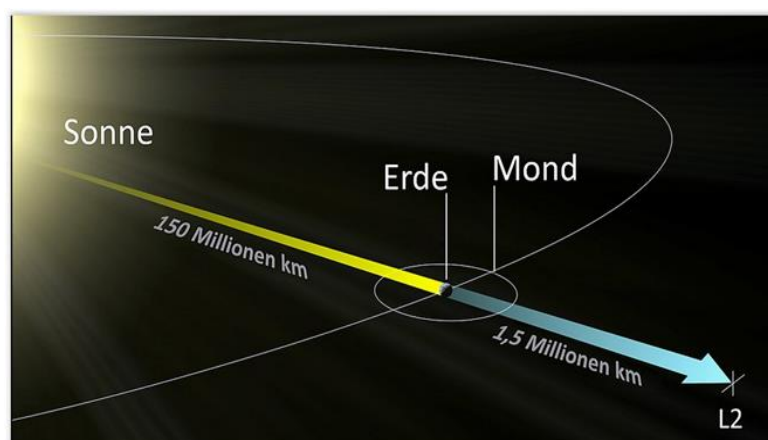
An einem Lagrange-Punkt heben sich die Gravitations- und Zentrifugalkräfte zweier Himmelskörper gegenseitig auf.

Die Gravitation oder auch Schwerkraft gehört zu den vier Grundkräften der Physik. Die Gravitation, die von einem Körper ausgeht, zieht alle Objekte in Richtung des Zentrums des Körpers. Je größer die Masse eines Körpers ist, desto größer ist auch die Gravitation. D. h. die Sonne hat eine viel größere Gravitation als die Erde, die Erde hat eine größere Gravitation als der Mond.

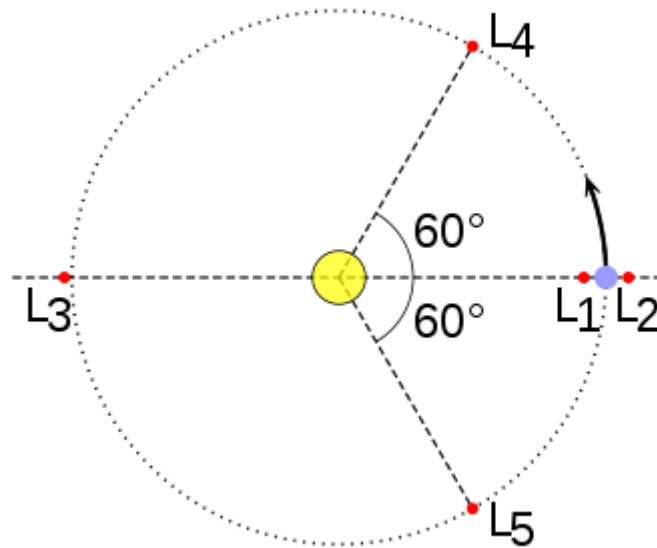
Ein Objekt, wie eine Raumsonde oder ein Teleskop ist zwar auch ein Himmelskörper, der eine gewisse Gravitation hat, diese ist aber im Vergleich mit der Gravitation eines Planeten oder eines Mondes so gering, dass man sie vollkommen vernachlässigen kann. Befindet sich nun eine Raumsonde oder eine Rakete im Weltraum in der Nähe der Erde, wird sie von der Schwerkraft der Erde angezogen. Je weiter sie sich aber in Richtung Mond bewegt, gewinnt die Schwerkraft des Mondes eine größere Bedeutung. An irgendeinem Punkt wirken beide Schwerkräfte gleich stark, sodass sich das Raumfahrzeug in einer 'neutralen' Position befindet. Diese wird näher am Mond als an der Erde sein, da die Schwerkraft des Mondes deutlich geringer ist.

Wir betrachten aber das System Sonne – Erde. Ein kleinerer Himmelskörper (Erde) umkreist einen größeren Himmelskörper (Sonne).

Die Erde umkreist die Sonne in einem Abstand von ca. 150 Millionen Kilometer. Ihre Umlaufbahn um die Sonne beschreibt zwar die Form einer Ellipse, die aber eine nahezu kreisförmige Form hat. Die Länge der Umlaufbahn kann also mit der Kreisformel $U = \pi \cdot d$ berechnet werden.



In diesem System gibt es die Lagrange-Punkte L1 bis L5.



- L1: Innerer Lagrange-Punkt. Befindet sich auf der Verbindungslinie von Sonne und Erde zwischen den beiden Körpern.
Dieser Punkt dient als Basis für Sonnenbeobachtungen für verschiedene Observatorien und Raumsonden.
- L2: Äußerer Lagrange-Punkt. Befindet sich hinter dem kleineren der beiden Körper auf deren Verbindungslinie.
An dieser Stelle befindet sich das James-Webb-Teleskop und die Artemis-Mission
- L3: Dieser befindet sich hinter dem größeren Körper auf der Verbindungslinie etwas außerhalb der Umlaufbahn.
Ein Objekt, welches sich in L3 befindet, liegt genau hinter der Sonne und könnte keine Signale zur Erde senden. In Science-Fiktion Romanen befindet sich hier die 'Gegenerde'.
- L4 und L5: Diese befinden sich jeweils am 3. Punkt eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Grundseite die Verbindungslinie der beiden Körper ist, und deren dritter Punkt sich auf der Umlaufbahn befindet.
Diese Punkte sind stabil und können ohne Kurskorrektur gehalten werden. Objekte, die sich in der Nähe befinden, beschreiben eine Umlaufbahn um L4 oder L5. Hier sammelt sich eine Menge Staub oder kleine Himmelskörper an.

Lagrange-Punkte lassen sich auch für alle anderen Himmelskörper ermitteln, von denen der kleinere einen größeren umkreist.

4. Wie kann man die Lage der Lagrange-Punkte berechnen?

Mathematisch betrachtet sind die Lagrange-Punkte die Gleichgewichtspunkte eines Dreikörperproblems, bei dem es darum geht, die Bahnverläufe von drei Körpern zu berechnen, die durch die gegenseitige Gravitation beeinflusst werden. Diese Aufgabe ist mathematisch nur über Näherungsverfahren lösbar. Wenn aber einer der drei Körper so klein ist, dass seine Gravitation vernachlässigt werden kann, spricht man von einem **ingeschränkten Dreikörperproblem**. Dieses wurde von Leonard Euler und Joseph-Louis Lagrange analytisch gelöst.

Für die folgenden Berechnungen werden einige Daten und Formeln benötigt.

Gravitationskonstante G	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot sec^2}$		
Masse Sonne	1,9889E+30	kg	
Masse Erde	5,9722E+24	kg	
Masse Mond	7,346E+22	kg	
Entfernung Sonne -Erde	1,49598E+11	Meter	
Entfernung Erde - Mond	384 400 000	Meter	
T siderisch	31558149,54	Sekunden	Umlaufzeit d. Erde um d. Sonne
Umlaufzeit Mond - Erde	27 Tage + 7 Stunden und 43 Minuten.	2 360 580 Sekunden	
Erdradius	6378	Kilometer	
Gravitationskraft der Erde	9,81	Newton pro kg	

Dabei ist E die Exponentialdarstellung in wissenschaftlicher Schreibweise. E+30 bedeutet $\times 10^{30}$.

Gravitationskraft zwischen zwei Objekten $F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ Newton (m in kg, r in Meter)

Erläuterungen: Die **Gravitationskraft** der Erde (9,81 N/kg) bedeutet, dass ein Objekt, welches auf die Erde fällt mit einer Beschleunigung von $9,81 \text{ m/s}^2$ zur Erde hin beschleunigt wird. (Diese Zahl ergibt sich, wenn man in die Formel für die Gravitationskraft die Masse der Erde und den Erdradius in m einsetzt. Auf dem Mond oder anderen Himmelskörpern ergibt sich eine jeweils andere Gravitationskraft.

Zur Berechnung der Gravitationskraft eines Objekts (z.B. Erde oder Mond) verwendet man die Formel

$F = G \frac{m_1}{r^2}$, wobei r z. B. der Erdradius ist und m_1 die Masse der Erde in kg.

Im Gegensatz dazu ist die **Gravitationskonstante** G (oder γ) nach Newton die fundamentale Naturkonstante, die die Stärke der Gravitation zwischen zwei Körpern in Abhängigkeit zu ihrem Abstand und ihren Massen. D. h., immer wenn es um die Anziehung zweier Körper zueinander geht, ist der Wert von 6,67 in die Berechnung einzubeziehen.

Für die Berechnung der Lagrange-Punkte benötigt man die Formel für die Gravitationskraft.

Berechnung von L2: Im Punkt L2 wirkt die Gravitation der Sonne m_1 und die Gravitation der Erde m_2 auf den dritten Körper, dessen Masse man vernachlässigen kann. Bezeichnet man den Abstand zwischen Sonne und Erde als r, dann ist r_1 der Abstand des dritten Körpers von der Erde und $r - r_1$ dessen Abstand von der Sonne.

Beispiel: Die Raumsonde befindet sich in einer Entfernung von 120 Millionen km von der Sonne und einer Entfernung von 30 Millionen km von der Erde.

Dann beträgt die Gravitation der Sonne $F = G \frac{1,9889E+30}{(120E+9)^2} = 9,2124 \times 10^{-3}$

Für die Erde gilt $F = G \frac{5,9722E+24}{(30E+9)^2} = 4,4254 \times 10^{-7}$

In diesem Fall ist die Gravitation der Sonne deutlich größer und der Raumsonde würde in die Sonne fallen. Um den Gleichgewichtspunkt zu finden, müssen die Gravitationskräfte der beiden Himmelskörper in gleicher Stärke auf die Raumsonde wirken, bzw. sich gegenseitig aufheben.

Dazu kann man eine Gleichung aufstellen, deren Lösung gleich Null sein muss, während die Entfernung r_1 gesucht wird.

Man kann die folgende Gleichung aufstellen:
$$-G \frac{m_1}{r_1^2} + G \frac{m_2}{(r-r_1)^2} = 0$$
 oder auch

$$G \frac{m_1}{r_1^2} = G \frac{m_2}{(r-r_1)^2}$$

Daraus kann die Konstante G gekürzt werden. Es bleibt:

$$\frac{m_1}{r_1^2} = \frac{m_2}{(r-r_1)^2}$$
 Wir setzen m_1 (Masse Erde): 6×10^{24} und m_2 (Masse Sonne): 2×10^{30} . r ist 150 (Mio km) und r_1 ist der Abstand des Objekts von der Erde (zur einfacheren Berechnung werden die Zahlen ein wenig gerundet, was aber das Ergebnis nur wenig beeinflusst.

Man erhält die Gleichung
$$\frac{6 \times 10^{24}}{r_1^2} = \frac{2 \times 10^{30}}{(150-r_1)^2}$$
 über Kreuz multiplizieren

$$6 \times 10^{24} (22500 - 300 r_1 + r_1^2) = 2 \times 10^{30} \cdot r_1^2 \quad | : 6 \times 10^{23}$$

$$22500 - 300r_1 + r_1^2 = 333\,333,33 r_1^2 \quad | - 333\,333,33r_1^2$$

$$22500 - 300r_1 - 333\,332,33r_1^2 = 0 \quad | \times (-1) \text{ zur quadr. Gleichung umstellen}$$

$$333\,332,33r_1^2 + 300r_1 - 22500 = 0 \quad | \text{ quadr. Gl. Lösen}$$

$r_{1a} = 0,2594$ $r_{1b} = -0,2602$

Das bedeutet, dass die neutralen Punkte, an denen sich die Gravitation von Sonne und Mond neutralisiert auf der Verbindungslinie zwischen Sonne und Mond in ca. **260 000 km** Entfernung von der Erde liegen.

Leider entspricht dieses Ergebnis nicht der Realität, weil ein weiterer Einflussfaktor vergessen wurde. Durch Umdrehung des Objekts um die Sonne entsteht eine weitere Kraft durch die **Radialbeschleunigung (Fliehkraft)**. Die Wirkung der Fliehkraft kann durch folgende Formeln berechnet werden:

$$F_{\text{Fliehkraft}}(r) = m \frac{v^2}{r}$$
 wobei v die **Winkelgeschwindigkeit** ist. Diese wird mit dem Omega-Symbol beschrieben als $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ wobei φ der Drehwinkel in Bogenmaß ist und dt , die für diesen Winkel benötigte Zeit ist. Da die gesamte Umlaufbahn im Bogenmaß gleich 2π ist, gilt dann $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

T ist die siderische Umlaufzeit der Bahn um die Sonne in Sekunden ($365 \times 24 \times 3600$ Sekunden).

Da für die Fliehkraft auch gilt: $F = m \cdot \omega^2 \cdot r$ kann man auch sagen: $F = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$ wobei m die Masse des Körpers ist, v die Umlaufgeschwindigkeit in m/sec, r der Radius bis zum Mittelpunkt der Sonne in Metern. Die Masse m des Körpers ist im Vergleich mit Erde und Sonne so gering, dass man sie in der Rechnung vernachlässigen kann.

Die benötigte Formel zur Berechnung der Lagrange-Punkte lautet dann:

$F_{\text{gesamt}} = F(\text{Sonne}) + F(\text{Erde}) + F(\text{Radialbeschleunigung}) =! 0$
--

$$-\frac{5,9772 \times 10^{24}}{r_1^2} + \frac{1,989 \times 10^{30}}{(1,4956 \times 10^{11} - r_1)^2} + \frac{4\pi^2}{T^2} r_1 =! 0$$

Wir setzen $\frac{4\pi^2}{T^2} = a$, erweitern mit dem

Hauptnenner und kürzen anschließend. Dann erhält man

$$-5,9772 \times 10^{24} (1,4956 \times 10^{11} - r_1)^2 + 1,989 \times 10^{30} r_1^2 + a r_1^3 (1,4956 \times 10^{11} - r_1)^2 = 0$$

Das führt nach Ausmultiplikation der Klammern auf eine Gleichung 5. Grades, die nur sehr schwer zu lösen ist. Deshalb bietet sich hier eine numerische Lösung, z. B. durch eine Excel-Tabelle an.

Entfernung des Objekts zur Erde	Entfernung des Objekts zur Sonne	Gravitation Sonne	Gravitation Erde	Summe	Fliehkraft	Summe gesamt
3,00E+09	1,47E+11	6,18E-03	4,43E-05	-6,13E-03	5,81E-03	-3,22E-04
2,00E+09	1,48E+11	6,09E-03	9,97E-05	-5,99E-03	5,85E-03	-1,44E-04
1,90E+09	1,48E+11	6,08E-03	1,10E-04	-5,97E-03	5,85E-03	-1,21E-04
1,80E+09	1,48E+11	6,08E-03	1,23E-04	-5,95E-03	5,86E-03	-9,62E-05
1,70E+09	1,48E+11	6,07E-03	1,38E-04	-5,93E-03	5,86E-03	-6,91E-05
1,60E+09	1,48E+11	6,06E-03	1,56E-04	-5,90E-03	5,86E-03	-3,91E-05
1,50E+09	1,48E+11	6,05E-03	1,77E-04	-5,87E-03	5,87E-03	-5,54E-06
1,40E+09	1,48E+11	6,04E-03	2,03E-04	-5,84E-03	5,87E-03	3,28E-05
1,30E+09	1,48E+11	6,04E-03	2,36E-04	-5,80E-03	5,88E-03	7,74E-05
1,20E+09	1,48E+11	6,03E-03	2,77E-04	-5,75E-03	5,88E-03	1,30E-04
1,10E+09	1,48E+11	6,02E-03	3,29E-04	-5,69E-03	5,88E-03	1,95E-04
6,00E+08	1,49E+11	5,98E-03	1,11E-03	-4,87E-03	5,90E-03	1,03E-03
5,00E+08	1,49E+11	5,97E-03	1,59E-03	-4,38E-03	5,91E-03	1,53E-03
4,00E+08	1,49E+11	5,96E-03	2,49E-03	-3,47E-03	5,91E-03	2,44E-03
3,00E+08	1,49E+11	5,95E-03	4,43E-03	-1,52E-03	5,92E-03	4,39E-03
2,80E+08	1,49E+11	5,95E-03	5,09E-03	-8,68E-04	5,92E-03	5,05E-03
2,60E+08	1,49E+11	5,95E-03	5,90E-03	-5,38E-05	5,92E-03	5,86E-03
2,40E+08	1,49E+11	5,95E-03	6,92E-03	9,72E-04	5,92E-03	6,89E-03
2,20E+08	1,49E+11	5,95E-03	8,24E-03	2,29E-03	5,92E-03	8,21E-03
1,20E+08	1,49E+11	5,94E-03	2,77E-02	2,17E-02	5,92E-03	2,77E-02
2,00E+07	1,50E+11	5,93E-03	9,97E-01	9,91E-01	5,93E-03	9,97E-01

Die Tabelle zeigt die Summe der Kräfte, wenn sich die Entfernung jeweils um 1 Million km verändert. Ohne Berücksichtigung der Fliehkraft liegt die Nullstelle zwischen 240 000 km und 260 000 km, mit Berücksichtigung der Fliehkraft zwischen 1,4 und 1,5 Millionen km.

Die Nullstelle findet sich dann bei einer Entfernung von der Erde von etwa 1,482 Millionen km auf der Verlängerung der Achse Sonne-Erde. Dies ist der Lagrange-Punkt L2.

Exkurs: Welche Kräfte wirken auf beschleunigte Systeme

Wenn ein Objekt um ein anderes kreist, welches eine Anziehungskraft ausübt, spricht man von einem beschleunigtem System. So kreist die Erde um die Sonne. Die Sonne übt eine Gravitation aus, welche verhindert, dass die Erde sich von der Sonne entfernt. Dass die Erde auf ihrer Bahn bleibt, ergibt sich aus der Kombination der Gravitation und der Geschwindigkeit, mit der die Erde sich um die Sonne bewegt. Die Erde bewegt sich mit der unglaublichen Geschwindigkeit mehr als 100 000 km pro Stunde um die Sonne. Zum Glück merken wir davon nichts, weil die Atmosphäre mit zur Erde gehört. Je größer die Geschwindigkeit, desto größer muss die Kraft sein, die das Objekt in der Bahn hält.

Sehr anschaulich lässt sich das am Beispiel eines Kettenkarussells erklären: Im Zentrum des Karussells befindet sich eine Achse, an der mit Ketten die Sitze befestigt sind. Beginnt sich die Achse zu drehen, werden die Sitze sich ebenfalls drehen und gleichzeitig nach außen getrieben. Je schneller sich das Karussell dreht, desto weiter treiben die Sitze nach außen. Dies wird bewirkt durch die **Zentrifugalkraft** oder auch **Fliehkraft**. Die Gravitation wird hier durch die Ketten, die die Sitze im System halten ausgedrückt. Reißen die Ketten eines Sitzes (entfällt also die Gravitation), werden die Sitze zunächst weiter im Kreis immer weiter nach außen bewegt, bis sie zu Boden stürzen. Die Bewegung setzt sich zunächst fort, wird aber immer schwächer.

Die Standardformel für die Fliehkraft lautet $F = \frac{v^2}{r}$ ($v = \text{m/sec}$, r in m), d. h. die Fliehkraft nimmt im Quadrat zur Geschwindigkeit zu.

Es gibt aber auch eine entgegengesetzt wirkende Kraft, die den Sitz in Richtung der Achse zwingt. Dies ist die Gravitationskraft, die die Sitze des Karussells in der Bahn hält. Wenn die Umlaufgeschwindigkeit des Karussells nachlässt, bewegen sich die Sitze zunächst weiter im Kreis, kommen aber der Achse immer näher. Diese Kraft nennt man **Zentripetalkraft**. Zentrifugalkraft und Zentripetalkraft treten also immer gleichzeitig auf und wirken entgegengesetzt. Für die Zentrifugalkraft und die Zentripetalkraft gilt die gleiche Formel $F = m \frac{v^2}{r}$

Eine weitere Kraft ist die **Corioliskraft**, die eine sog. Scheinkraft ist. Diese lenkt das Objekt senkrecht zur Bewegungsrichtung ab.

Im Gegensatz zu den Lagrange-Punkten L4 und L5 ist der Punkt L2 allerdings nicht stabil. D. h. eine Sonde, die sich dort befindet, beschreibt eine Umlaufbahn um diesen Punkt. Dadurch wird verhindert, dass sich die Sonde im Erdschatten befindet, da dort die Erde genau vor der Sonne steht.

Die Lage der Punkte L4 und L5 sind leicht zu bestimmen. Da diese die Eckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks mit Sonne und Erde bilden, entspricht die Länge einer Seite dem Abstand der Erde von der Sonne (= 1 AE oder ca. 150 Mio. km). Damit müssen L4 und L5 ebenfalls 1 AE von der Erde entfernt sein, wobei der Weg etwas länger ist, wenn wir den Teil des Kreisbogens zwischen Erde und dem Punkt verfolgen (Seitenlänge 150 Mio. km, Winkel 60 Grad).

Aufgabe: Berechne den Punkt L1 im Erde-Mond-System!

a Ohne Berücksichtigung der Zentrifugalkraft

b Mit Berücksichtigung der Zentrifugalkraft

Entfernung Erde Mond 384400 km = $384,4 \times 10^6$ m, Masse Mond $7,346 \times 10^{22}$ kg, Umlaufdauer des Mondes um die Erde 27 Tage + 7 Stunden und 43 Minuten.

Zu a) Die Gleichung $\frac{6 \times 10^{24}}{r_1^2} = \frac{7,346 \times 10^{22}}{(384000 - r_1)^2}$ führt zu den beiden Lösungen $r_{1a} = 345\,791$ und $r_{1b} = 431\,727$. Damit befindet sich **L1** 345791 km von der Erde in Richtung Mond und **L2** 431727 km von der Erde entfernt und damit 47727 km hinter dem Mond.

Den Punkt L1 findet man in der unten abgebildeten Excel Tabelle.

Zu b) Unter Berücksichtigung der Fliehkraft verringert sich der Abstand zur Erde auf ca. 326 000 km.

Entfernung des Objekts vom Mond	Entfernung des Objekts von der Erde	Gravitation Erde	Gravitation Mond	Summe	Fliehkraft	Summe gesamt
3,50E+07	3,49E+08	-3,27E-03	4,00E-03	7,34E-04	2,48E-03	3,21E-03
3,60E+07	3,48E+08	-3,28E-03	3,78E-03	4,96E-04	2,47E-03	2,97E-03
3,70E+07	3,47E+08	-3,30E-03	3,58E-03	2,76E-04	2,46E-03	2,74E-03
3,80E+07	3,46E+08	-3,32E-03	3,39E-03	7,07E-05	2,46E-03	2,53E-03
3,90E+07	3,45E+08	-3,34E-03	3,22E-03	-1,20E-04	2,45E-03	2,33E-03
4,00E+07	3,44E+08	-3,36E-03	3,06E-03	-2,99E-04	2,44E-03	2,14E-03
4,10E+07	3,43E+08	-3,38E-03	2,91E-03	-4,66E-04	2,43E-03	1,97E-03
4,20E+07	3,42E+08	-3,40E-03	2,78E-03	-6,23E-04	2,43E-03	1,80E-03
4,30E+07	3,41E+08	-3,42E-03	2,65E-03	-7,71E-04	2,42E-03	1,65E-03
5,10E+07	3,33E+08	-3,59E-03	1,88E-03	-1,70E-03	2,36E-03	6,60E-04
5,20E+07	3,32E+08	-3,61E-03	1,81E-03	-1,80E-03	2,36E-03	5,60E-04
5,30E+07	3,31E+08	-3,63E-03	1,74E-03	-1,89E-03	2,35E-03	4,63E-04
5,40E+07	3,30E+08	-3,65E-03	1,68E-03	-1,97E-03	2,34E-03	3,70E-04
5,50E+07	3,29E+08	-3,67E-03	1,62E-03	-2,05E-03	2,33E-03	2,80E-04
5,60E+07	3,28E+08	-3,70E-03	1,56E-03	-2,13E-03	2,33E-03	1,93E-04
5,70E+07	3,27E+08	-3,72E-03	1,51E-03	-2,21E-03	2,32E-03	1,09E-04
5,80E+07	3,26E+08	-3,74E-03	1,46E-03	-2,29E-03	2,31E-03	2,78E-05
5,90E+07	3,25E+08	-3,77E-03	1,41E-03	-2,36E-03	2,31E-03	-5,13E-05
6,00E+07	3,24E+08	-3,79E-03	1,36E-03	-2,43E-03	2,30E-03	-1,28E-04
6,10E+07	3,23E+08	-3,81E-03	1,32E-03	-2,50E-03	2,29E-03	-2,03E-04
6,20E+07	3,22E+08	-3,84E-03	1,27E-03	-2,56E-03	2,29E-03	-2,76E-04